

KAPITEL 4

MODELLIERUNG VON UNTERZÜGEN

1 Die FEM rechnet genauer - allgemeine Betrachtungen

Die etablierten kommerziellen FE-Programme verfolgen unterschiedliche Philosophien bei der Berücksichtigung von Unterzügen im Stahlbetonbau. Betrachtet man die einzelnen Realisierungen in den FE-Programmen und liest man dazu die Hintergrundinformationen in den Handbüchern, sind die getroffenen Annahmen meist plausibel und man kann realitätsnahe Ergebnisse erwarten. Eine Folge der unterschiedlichen Umsetzungen sind allerdings häufig mehr oder weniger große Unterschiede in den Ergebnissen. Für den Anwender ist es wichtig, dass er die in seinem Programm verwendeten Annahmen kennt und natürlich auch akzeptieren kann. Im Vergleich mit anderen Programmen (z.B. in der Diskussion mit dem Prüfer) können die Abweichungen in der Regel immer begründet werden.

Auch wenn sich die Ergebnisse der einzelnen Programme unterscheiden, ist der Genauigkeitserfolg durch die FE-Modellierung im Vergleich zu den früheren Berechnungsmöglichkeiten enorm. Bevor leistungsfähige FE-Programme zur Verfügung standen, konnte man die Verbundwirkung zwischen Unterzug und Platte nicht bzw. nur näherungsweise berücksichtigen. Der Unterzug wurde häufig als festes Lager modelliert, um die Plattenschnittgrößen zu erhalten. Anschließend wurden die erhaltenen Stützkräfte auf einen separaten Balken als Belastung angesetzt. Da Unterzüge im Prinzip eine besondere Form der nachgiebigen Lagerung einer Platte darstellen, kann man unter bestimmten Voraussetzungen auch bei dieser Modellierung sinnvolle Ergebnisse erhalten. An Stelle der festen Lagerung sollte dann aber eine der Steifigkeit des Balkens entsprechende elastische Lagerung angesetzt werden. Die Ermittlung der richtigen Federsteifigkeiten ist dem Anwender überlassen. Die modernen FE-Programme entbinden uns von dieser Aufgabe, da automatisch entsprechend der Eingabewerte die realen Steifigkeitsverhältnisse¹ berücksichtigt werden.

Das Beispiel UZ-Klassisch-FEM vergleicht das Modell „Starre Lagerung anstelle Unterzug“ mit dem „exzentrischen Faltwerksmodell“. Es zeigt die Grenzen des klassischen Modells und den Genauigkeitserfolg durch eine moderne FE-Modellierung.

Für alle RFEM-Beispiele dieses Kapitels werden unter „Berechnung“ im Menü „Berechnungsparameter“ in „Optionen“ die Einstellungen

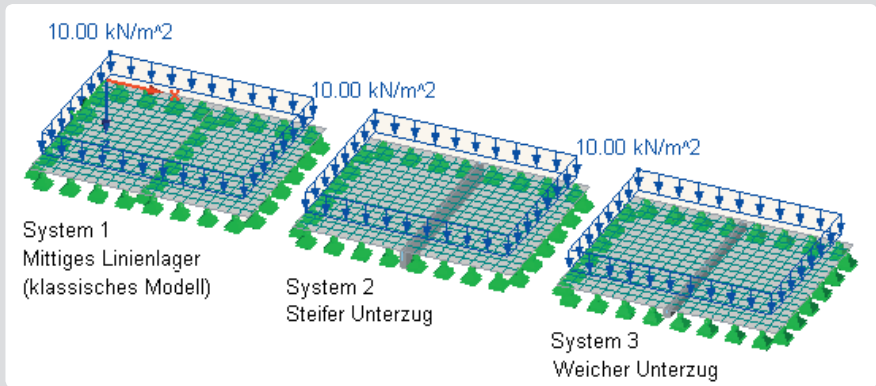
- Biegetheorie nach Mindlin und
- Berücksichtigung der Schubsteifigkeit der Stäbe verwendet.

¹ Unter Berücksichtigung der Näherungen des zu Grunde gelegten Unterzugsmodells

BEISPIEL UZ-KLASSISCH-FEM

STATISCHES SYSTEM / EINGABEWERTE

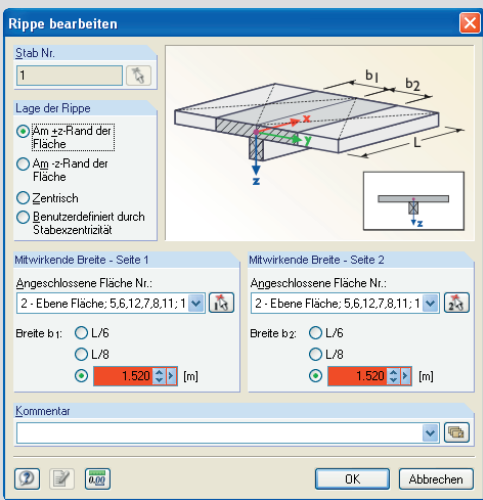
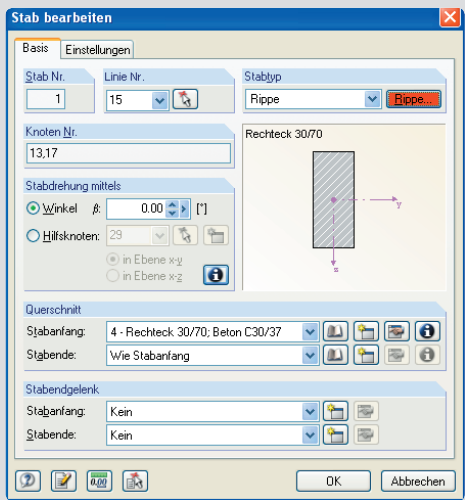
3 Falwerke 10,00m(x)-8,00m(y), Linienlager $u_z =$ starr entlang der Außenränder
 Material Falwerk und Unterzug: $E = 2830 \text{ kN/cm}^2$, $G = 1500 \text{ kN/cm}^2$ mit $\mu = 0,2$ und $\gamma = 0$
 Fläche: Dicke = 18cm, Belastung: Flächenlast = $10,00 \text{ kN/m}^2$, ($b_{\text{eff}} = 3,04 \text{ m}$)
 Vernetzung: 20 · 16 Elemente mit 0,50m Elementlänge
 System 1: Linienlager $u_z =$ starr entlang der Mittelachse (klassisches Modell)
 System 2: Unterzug am +z-Rand der Fläche, Rechteck 30/70 cm (B/H)
 System 3: Unterzug am +z-Rand der Fläche, Rechteck 30/30 cm (B/H)



EINGABE IN RFEM

Damit die Unterzüge exzentrisch angeschlossen werden können, sind die Systeme als 3D-Tragwerke einzugeben. Beim Anlegen der neuen Position ist für den Typ der Struktur dementsprechend „3D“ zu wählen.

Im Dialog „Stab bearbeiten“ wird der Dialog „Rippe...“ angewählt und für die mitwirkende Breite die unten angenommenen Werte eingegeben. Für die Auswertung der Ergebnisse dieses Beispiels sind sie allerdings nicht relevant. Sind diese Werte null, reagiert RFEM mit einer Fehlermeldung.



Entsprechend der gewählten Einstellung als Überzug oder Unterzug ermittelt RFEM im 3D-System automatisch die Exzentrizitäten der Rippen:

$$e = \pm 0,5 \cdot \text{Dicke}_{\text{Platte}} + 0,5 \cdot \text{Höhe}_{\text{Unterzug}}$$

Für die Lage „Am +z-Rand der Fläche“ ergibt sich für dieses Beispiel:

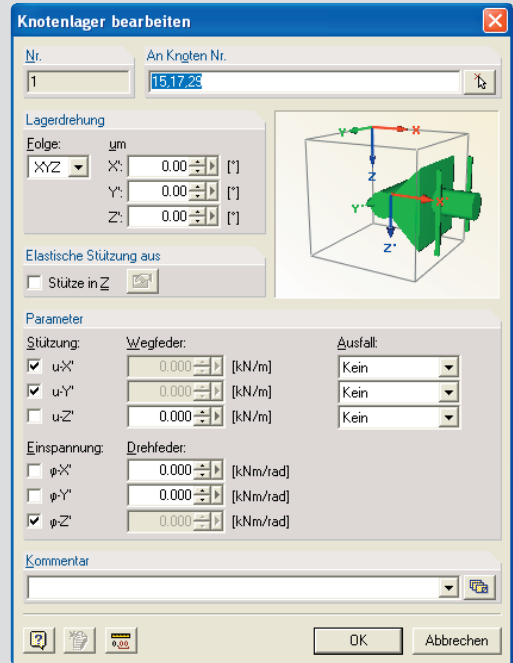
System 2: $e = 44\text{cm}$

System 3: $e = 24\text{cm}$

Bei Auswahl von „Zentrisch“ ist $e = 0$.

Bei „Benutzerdefiniert durch Stabexzentrizität“ ist e separat durch die Einführung einer Stabexzentrizität festzulegen. Im Dialog „Stab bearbeiten“ unter „Einstellungen“ ist diese dem Stab zuzuweisen.

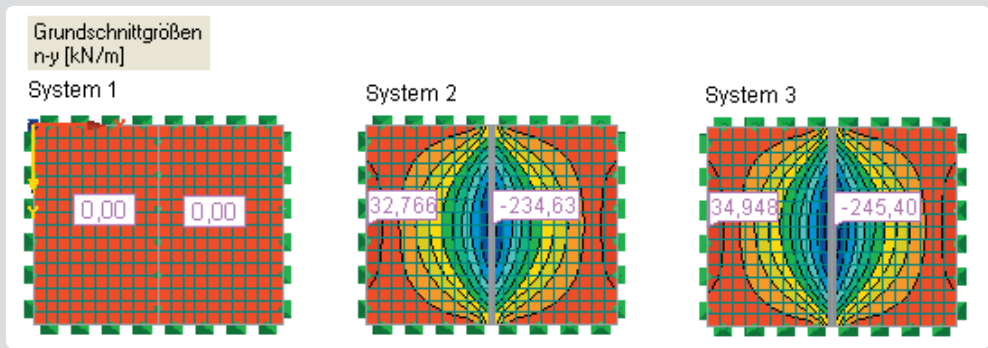
Um die Systeme berechnen zu können, müssen für diese zusätzlich zu den Plattenrandbedingungen auch Scheibenrandbedingungen generiert werden. Eine zwängungsfreie Lagerung erreicht man, indem für einen Knoten im System die Scheibeneinsteifigkeiten $u_x = \text{starr}$, $u_y = \text{starr}$ und $\phi_z = \text{starr}$ (vgl. Bild) gesetzt werden. Als Lagerungsknoten wurden hier die Mittelpunkte der rechteckigen Tragwerke gewählt.



ERGEBNISSE

Durch die exzentrische Lage des Unterzuges werden im System 2 und 3 Scheibenkräfte aktiviert. Für das System 1 (2D-System), bei dem der Unterzug durch ein festes Lager simuliert wird, sind die Scheibenkräfte null.

Scheibenschnittgrößen n - y in Richtung der Achse des Unterzuges:

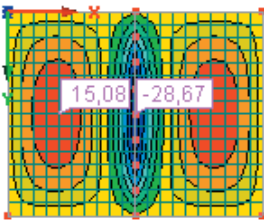


Bei Betrachtung der Plattenmomente wird deutlich, dass die Schnittgrößen zwischen festem Lager und steifem Unterzug noch ähnlich sind. Wird der Unterzug weicher, driften die Ergebnisse weiter auseinander. Durch eine elastische Lagerung des mittleren Linienlagers könnte man die Ergebnisse des Systems 1 noch angleichen.

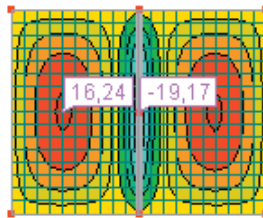
Biegemomente m - x in Richtung der Achse des Unterzuges:

Grundschnittgrößen
 m - x [kNm/m]

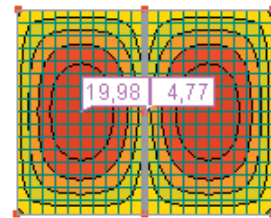
System 1



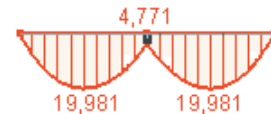
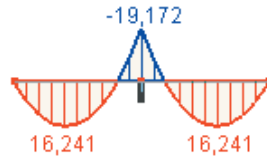
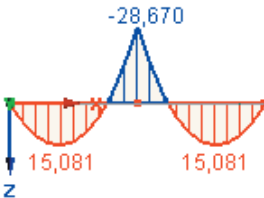
System 2



System 3



m - x im mittleren horizontalem Schnitt:



ERKENNTNISSE

In der Realität biegen sich Flächentragwerk und Unterzug gemeinsam durch. Das FE-Modell des exzentrischen Unterzuges ist in der Lage, dieses Systemverhalten abzubilden.

Das klassische Modell, bei dem die Plattenschnittgrößen durch ein festes Lager anstelle eines Unterzuges ermittelt werden und anschließend der Unterzug als selbständiges, entkoppeltes System berechnet wird, verletzt diese Kompatibilität. Dieses Modell ist somit in Anbetracht der neuen Möglichkeiten durch die FEM nicht mehr zeitgemäß und liefert ohnehin nur für Sonderfälle brauchbare Ergebnisse.

Bei der Umsetzung der Unterzugsmodelle werden **Berechnungsmodelle** und **Bemessungsmodelle** unterschieden. Das Berechnungsmodell steht für die Art der Berücksichtigung der Steifigkeit des Unterzuges im statischen System und hat Auswirkungen auf die Verformungen und Schnittgrößen. Das Bemessungsmodell beschreibt, welcher Querschnitt bemessen wird und welche Schnittgrößenanteile dem Unterzug letztlich zugeordnet werden. Es hat damit nur Auswirkungen auf die Bemessungsergebnisse.

Mitunter gibt es einen Wechsel vom Berechnungsmodell (z.B. exzentrischer Unterzug mit Rechteckquerschnitt) zum Bemessungsmodell (z.B. Plattenbalkenquerschnitt). Die einzelnen Programme verwenden häufig auch unterschiedliche Modelle, je nachdem ob man ein 2D- oder 3D-System erzeugt.

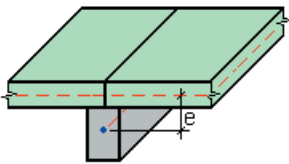
2 Allgemeine Unterzugsmodelle

Die anschließende Diskussion ist für die Modellierung von Unterzügen im Stahlbetonbau interessant. Für die Belange des Stahlbaus gibt es keinen besonderen Diskussionsbedarf.

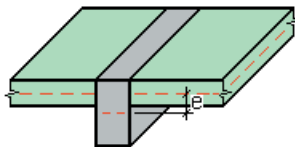
Bild 4-1 zeigt die üblichen **Berechnungsmodelle**. Zunächst ist die Entscheidung zu treffen, ob ein 2D- (Platte) oder 3D-Modell (Faltwerk) zu Grunde gelegt wird.

Unterzüge führen durch ihre exzentrische Lage zu Normalspannungen im Flächentragwerk. Damit handelt es sich nicht mehr um ein Plattentragwerk, sondern streng genommen um ein Faltwerk. Hierfür sind die Modelle 4 bis 6 nach Bild 4-1 mit ihren sechs Freiheitsgraden pro Knoten zutreffend. Für die zusätzlich vorhandenen Scheibenelementfreiheitsgrade (v_x, v_y, ϕ_z^2) sind entsprechende Lagerungsbedingungen festzulegen. Häufig ist es ausreichend und auch sinnvoll, wenn eine „statisch bestimmte Lagerung“ für das 3D-Modell vorgenommen wird (vgl. Lagerung in Beispiel UZ-Klassisch-FEM).

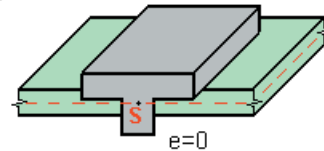
Plattenmodelle (FG: $v_z, \varphi_x, \varphi_y$)



Modell 1:
Platte mit
exzentrischem Balken

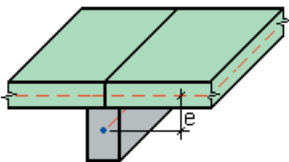


Modell 2:
Platte mit
exzentrischem Flächenelement

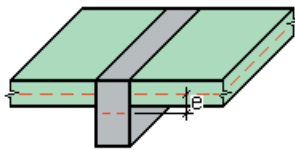


Modell 3:
Platte mit zentrischem Balken
als Plattenbalkenquerschnitt

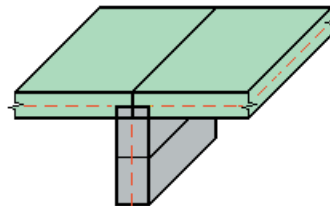
Faltwerkmodelle (FG: $v_x, v_y, v_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$)



Modell 4:
Faltwerk mit
exzentrischem Balken



Modell 5:
Faltwerk mit
exzentrischem Flächenelement



Modell 6:
3D-Faltwerk

Bild 4-1: 2D- und 3D-Unterzugsmodelle

Beim Modell 4 wird zur Abbildung des Steges ein Rechteck-Balken mit exzentrischer Bezugsachse mit dem Flächentragwerk verbunden. Beim Modell 5 hingegen wird der Steg durch ein Faltwerkselement mit größerer Dicke und ebenfalls exzentrischer Bezugsachse modelliert.

Beide Teilsysteme, d.h. Balken- und Faltwerkselemente, können auf Grund der theoretischen Annahmen nur einen linearen Spannungsverlauf über die Höhe abbilden. Weicht der reale Spannungsverlauf davon ab, ist das Modell 6 vorzuziehen, bei dem der Steg als dreidimensionales Faltwerk ersetzt wird. Wie in Bild 4-1 angedeutet, sollen dann allerdings über die Steghöhe in Abhängigkeit von der Leistungsfähigkeit der Elementansätze mehrere Elementreihen gewählt werden. Der Anwendungsbereich des Modells 6 ist am breitesten und könnte somit bei Vergleichslösungen als Referenzlösung dienen.

² Der sechste Freiheitsgrad φ_z tritt nur bei Scheibenansätzen mit Drehfreiheitsgraden auf

Wegen der einfacheren Modellierung und des geringeren Rechenaufwandes werden im Hochbau häufig Plattenmodelle mit nur drei Freiheitsgraden (v_z, ϕ_x, ϕ_y) pro Knoten verwendet. Würden bei den Modellen 4 und 5 alle Scheibeneinheitsgrade (v_x, v_y, ϕ_z) festgehalten, erhielte man zwangsläufig die Plattenmodelle 1 und 2. Der einzige Unterschied zum Faltenmodell liegt also darin, dass durch das Fehlen der Scheibeneinheitsgrade in der Flächentragwerkebene keine Verformungen auftreten können. Deshalb wird dafür häufig der Begriff „dehnstarre Platte“ verwendet. Bei geringen real auftretenden Scheibeverformungen, sind die Modelle 1 und 2 eine gute Wahl. Das Modell 2 ist in den gängigen Softwareprodukten eher selten enthalten.

Bei ausgeprägten Unterzügen und im Verhältnis dazu weichen (dünnen) Platten sind die Scheibeverformungen allerdings zu berücksichtigen und auf die Faltenmodelle auszuweichen.

Bild 4-2 zeigt zwei Varianten für die Berücksichtigung der Exzentrizität des Balkens (Modelle 1 und 4). Die Ergebnisse unterscheiden sich nur geringfügig, da einmal die Fläche A und zum anderen die Exzentrizität e größer ermittelt wird.

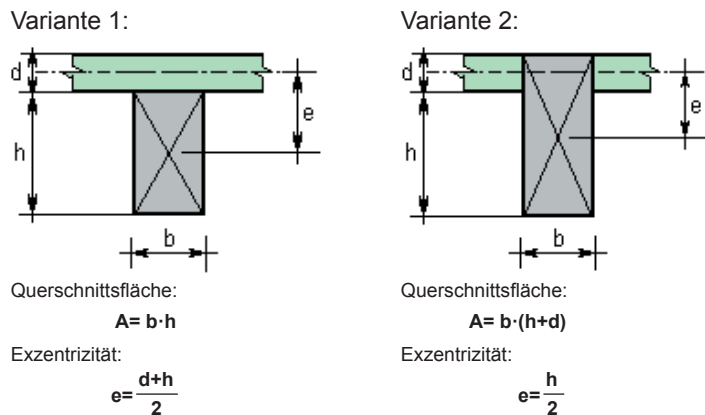


Bild 4-2: Varianten zur Berücksichtigung exzentrischer Balken

Durch eine Berücksichtigung der exzentrischen Bezugsachse fließt bei den Modellen 1, 2, 4 und 5 neben der Biegesteifigkeit des Rechteckbalkens auch die Dehnsteifigkeit in das System mit ein. Die Dehnsteifigkeit macht einen maßgeblichen Anteil des Tragverhaltens aus.

Beim Modell 3 kann durch die zentrische Lage des Balkens nur die Biegesteifigkeit berücksichtigt werden. Um für dieses Modell eine den realen Verhältnissen angepasste Steifigkeit zu erhalten, wird anstelle des exzentrischen Rechteckquerschnittes ein Plattenbalkenquerschnitt angenommen und somit die Biegesteifigkeit angemessen erhöht. Die mitwirkende Breite b_{eff} (vgl. Bild 4-3) ist dabei eine wichtige Eingabegröße.

Nach [4.1] mit Verweis auf [4.2] darf die mitwirkende Breite für die Biegebeanspruchung nach folgender Gleichung abgeschätzt werden:

$$\begin{aligned}
 b_{\text{eff}} &= b_w + \sum b_{\text{eff},i} \\
 \text{mit } b_{\text{eff},i} &= 0,2 \cdot b_i + 0,1 \cdot L_0 \\
 &\leq 0,2 \cdot L_0 \\
 &\leq b_i \quad (4-1)
 \end{aligned}$$

Für die Ermittlung des Abstandes der Momentennullpunkte L_0 entsprechend Bild 4-3 werden etwa gleiche Steifigkeitsverhältnisse vorausgesetzt.

Das Modell 3 wird häufig verwendet, da es als reine Platte unproblematisch ist. Durch die zentrische Lage des Unterzuges können keine Scheibenbeanspruchungen auftreten. Damit ist auch die Überlegung (wie bei den Modellen 1 und 2 vorab diskutiert) hin-fällig, ob eine ggf. größere Nachgiebigkeit des Flächentragwerkes die Ergebnisse verfälschen kann.

Auch in Bezug auf die Handhabung bietet sich das Modell 3 an. Die meisten Programme ermitteln aus den eingegebenen Querschnittsabmessungen automatisch den Schwerpunkt des Plattenbalkens und das darauf bezogene Trägheitsmoment.

I_{ges} setzt sich aus dem Eigenträgheitsmoment von Platte I_{pl} und Balken I_{Ba} , sowie dem Steineranteil I_{St} zusammen:

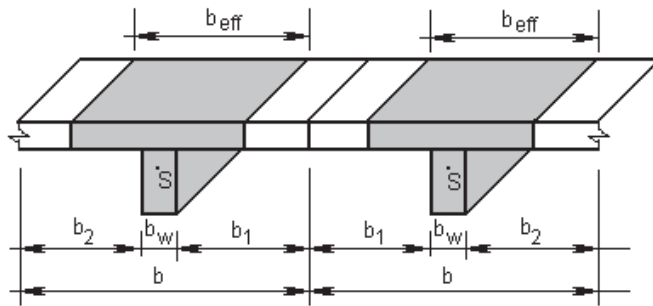
$$I_{ges} = I_{pl} + I_{Ba} + I_{St} \quad (4-2)$$

Da bei dieser Berechnung der Flächenanteil der Platte doppelt enthalten ist, muss dieser, allerdings ohne den Steineranteil, wieder abgezogen werden:

$$I_{FE} = I_{ges} - I_{pl} \quad (4-3)$$

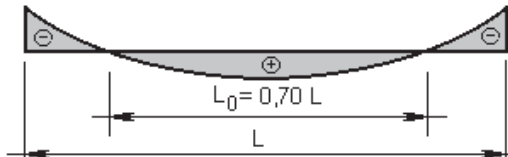
Entweder führen die Programme diesen Abzug automatisch durch oder es ist als Option wählbar.

Als **Bemessungsmodell** wird bei einer Stabmodellierung unabhängig von einer 2D- oder 3D-Berechnung in der Regel ein Plattenbalkenquerschnitt verwendet. Die Unterschiede in den einzelnen Programmen liegen darin, ob bzw. welche Schnittgrößenanteile aus dem Bereich der mittragenden Breite des Flächentragwerkes zu den Ergebnissen des Unterzuges hinzugezählt werden. Da der Unterzug statisch als Plattenbalken und nicht als Rechteckquerschnitt wirkt, ist das Hinzuaddieren von Schnittgrößenanteilen aus den Flächen logisch und auch sinnvoll.



Abschätzung des Abstandes der Momentennullpunkte

Mittelfeld:



Endfeld:

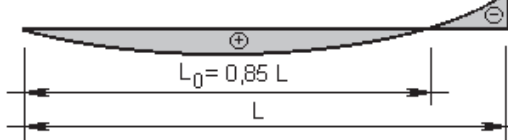


Bild 4-3: Überschlägliche Ermittlung der mitwirkenden Breite

KAPITEL 6

BODENMODELLE

1 Einleitung

Die realistische Abbildung von Bauwerk - Boden Wechselwirkungen in Finite Elemente Programmen ist ungeachtet des gegenwärtig hohen Entwicklungsstandes der verfügbaren Software eine nicht zu unterschätzende Aufgabe. Einerseits erfordert die richtige Einbindung des Bodenmodells in die FE-Berechnung viele Überlegungen und Kenntnisse, andererseits sind aber die in der Software implementierten Bodenmodelle für den Anwender nicht immer in ihrer gesamten Komplexität durchschaubar. In den meisten Softwareprodukten, wie auch in RFEM, stehen dazu noch mehrere unterschiedliche Bodenmodelle zur Auswahl. Da sich die Art der Bodenmodellierung mitunter stark auf die Schnittgrößen und damit auf die Bemessungsergebnisse auswirkt, ist diesem Punkt der Modellbildung besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

Im Folgenden werden Bodenmodelle für Fundamentplatten diskutiert, die sich in den kommerziellen Softwareprodukten durchgesetzt haben. Die zu Grunde gelegten Theorien und die Unterschiede der einzelnen Verfahren werden herausgearbeitet. Damit soll ein grundlegendes Verständnis für die in den Modellen enthaltenen Annahmen und Vereinfachungen sowie die daraus resultierenden Konsequenzen erzeugt werden. Schließlich obliegt es dem Anwender, die Vorteile und Nachteile der ihm im Softwaresystem zur Verfügung stehenden Modelle abzuwägen und ein für seine Belange optimales Modell auszuwählen.

Alle an den Plattenmodellen gewonnenen Erkenntnisse aus den betrachteten Bodenmodellen lassen sich prinzipiell auch auf die Bodenmodelle komplexer 3D-Strukturen übertragen.

2 Etablierte Bodenmodelle im Ingenieurbau

2.1 Bettungsmodulverfahren

Für das klassische Bettungsmodulverfahren gilt die grundlegende Beziehung, dass sich die Setzungen (s) proportional zu den Sohlspannungen (σ_0) verhalten:

$$k_s = \frac{\sigma_0}{s} \quad (6-1)$$

k_s wird als Winklerische Bettungszahl bezeichnet. Das auch als Federkissenmodell benannte Modell geht davon aus, dass eine Last auf dem Baugrund eine Verformung nur direkt unter der Last selbst hervorruft. Der vom Anwender eingegebene Bettungsmodul wird im Programm in diskrete Federn umgerechnet, die an den FE-Knoten angesetzt werden (vgl. Bild 6-1). Die einzelnen Federn haben keine Verbindung untereinander. Eine Interaktion zwischen den Federn kann nur über die generierten Plattenelemente selbst stattfinden. Aufgrund der Modellvorstellung von einem Federkissen kann bei diesem Modell keine Setzungsmulde außerhalb der Plattenränder und auf direktem Weg auch

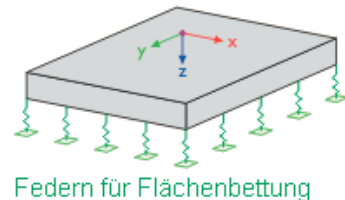


Bild 6-1: Schema des Bettungsmodulverfahrens

keine Schubsteifigkeit des Bodens berücksichtigt werden. Bodenschichtungen und Interaktionen zwischen den Bauwerken können ebenfalls nicht abgebildet werden.

Der Anteil aus der elastischen Bettung ergibt sich im Funktional zu:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Theta} (k_s w^2) d\Theta \quad (6-2)$$

mit k_s ... Bettungszahl
 w ... Querverschiebungen und
 Θ ... Elementfläche

Da dieses Verfahren verhältnismäßig unkompliziert und ohne großen technischen und zeitlichen Aufwand zu handhaben ist, ist es weit verbreitet und bei den Anwendern auch sehr beliebt. Damit werden die Ungenauigkeiten und Mängel leider häufig außer Acht gelassen bzw. in Kauf genommen.

Auf Grund der oben erwähnten Unzulänglichkeiten ist dieses Modell den heutigen Anforderungen nicht mehr gewachsen und steht in krassem Widerspruch zu den sich ständig weiterentwickelnden Tragwerksmodellen und einer immer präziseren Tragwerksanalyse.

In verschiedenen Quellen sind Bemühungen zu erkennen, die offensichtlichen Defekte dieses Modells abzumildern, in dem ein über die Bettungsfläche veränderlicher Bettungsmodul eingegeben wird. Man spricht dann von einem modifizierten Bettungsmodulverfahren. Nach Bellmann und Katz [6.6] werden die Ergebnisse bereits schon durch die Erhöhung des Bettungsmoduls in einem schmalen Randbereich (eine Elementreihe) um den Faktor 4 wesentlich verbessert.

Im Gegensatz zu dieser sprunghaften und von der Netzmaschenweite abhängigen Erhöhung liefert die Annahme einer linearen Vergrößerung des Bettungsmoduls im Randbereich wirklichkeitsnähere Ergebnisse. Dörken und Dehne schlagen in [6.5] einen brauchbaren Ansatz vor. Der Bettungsmodul steigt danach von einem konstanten Wert im mittleren Bereich linear auf das Doppelte zum Rand hin an (vgl. Bild 6-2). Da das Bettungsmodulverfahren in den meisten Programmen verfügbar ist, kann jeder Anwender prinzipiell diese Modifikation des Verfahrens nutzen. Die Erfahrungen haben allerdings gezeigt, dass die Eingabe in den verschiedenen Programmen unterschiedlich aufwendig ist.

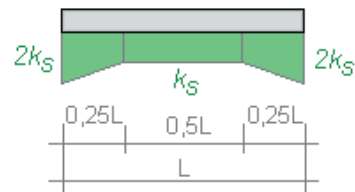


Bild 6-2:
Verteilung des Bettungsmoduls k_s

Je realistischer die Verteilung des Bettungsmoduls vorgegeben wird, desto besser sind letztlich die Ergebnisse. Oder anders gesagt: Würde man die richtige Verteilung des Bettungsmoduls kennen (mit der Konsequenz, dass die Bettungsziffer eine lastabhängige Größe und damit keine eigentliche Bodeneigenschaft darstellt) und als Eingangsparameter dem Programm vorgeben können, wären die Ergebnisse bei diesem Verfahren auch brauchbar.

Zusammenfassung Bettungsmodulverfahren	
Vorteile	Nachteile
Einfache Eingabe	Unzureichende Bodenmodellierung
In den meisten Softwaresystemen verfügbar	Keine Berücksichtigung angrenzender Bodenbereiche
Keine iterative Berechnung	Schubtragfähigkeit des Bodens wird nicht berücksichtigt
Kurze Rechenzeit	Keine Bodenschichtungen erfassbar
Erweiterung auf modifiziertes Bettungsmodulverfahren prinzipiell möglich	Interaktion zwischen Bauwerken nicht erfassbar
	Wenig realitätsnahe Ergebnisse

2.2 Modifizierte zweiparametrische Bodenmodelle

Das zweiparametrische Modell geht auf Arbeiten von Pasternak [6.1] zurück und wurde durch verschiedene Erweiterungen den modernen Aspekten der FEM angepasst. Diese Erweiterungen basieren auf dem Verfahren des elastischen Halbraumes. Dabei werden die Eigenschaften des dreidimensionalen Halbraummodells über spezielle Theorien durch ein zweidimensionales Bodenmodell in der Kontaktfuge zwischen Bauwerk und Boden abgebildet. Eine Interaktion zwischen Bauwerk und Boden kann dabei aber nicht berücksichtigt werden.

Der Anteil aus der elastischen Bettung ergibt sich im Funktional zu:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Theta} \left(c_1 w^2 + c_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + c_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right) d\Theta \quad (6-3)$$

mit c_1, c_2, \dots Bettungsparameter
 w, \dots Querverschiebungen und
 Θ, \dots Elementfläche

Der erste Term in Gl. 6-3 mit dem Parameter c_1 entspricht in etwa der Winklerischen Bettung (vgl. k_s in Gl. 6-2) und ist mit den Querverschiebungen verbunden. Im zweiten und dritten Term ist der Parameter c_2 mit den zweiten Ableitungen der Verschiebungsfunktionen gekoppelt. Während der erste Term nur die vertikale Federwirkung abbilden kann, ist der zweite Term in der Lage, die Schubtragwirkung des Baugrundes in die Bettungsgleichung (6-3) einfließen zu lassen. Ein weiterer wesentlicher Vorteil dieses Modells besteht darin, dass das Zusammenwirken des Baugrundes über den Plattenrand hinaus erfasst werden kann. Damit ist es möglich, die Setzungsmulde entsprechend den realen Verhältnissen bis in den Abklingbereich hinein näherungsweise zu modellieren.

2.2.1 Modellierung des angrenzenden Bodenbereiches durch Zusatzfedern (Variante 1 des zweiparametrischen Modells)

Dieses Modell basiert auf dem Verfahren des „Effektiven Baugrundes“ nach Kolar und Nemeč [6.7]. Der umliegende Baugrund wird hier eliminiert und durch zusätzliche Randbedingungen in Form von Linienfedern entlang der Außenränder und Einzelfedern in den äußeren Ecken äquivalent ersetzt (vgl. Bild 6-3). Die Berechnung der Federsteifigkeiten soll nachfolgend dargestellt werden. Die Gleichungen wurden [3.1] entnommen, die wiederum auf [6.7] basieren.

Die Modellierung des Bodens in vertikaler Richtung reduziert sich auf die drei Eingabeparameter c_1 , $c_{2,x}$ und $c_{2,y}$. Der Parameter c_1 ist mit dem in Gl. 6-3 identisch und entspricht hier der Winklerischen Bettung. $c_{2,x}$ und $c_{2,y}$ stehen für den Parameter c_2 in Gl. 6-3, allerdings mit der Unterscheidung der Schubtragfähigkeit in x- und y- Richtung. Im Allgemeinen gilt $c_{2,x} = c_{2,y} = c_2$.

Ausgangspunkt der Berechnung für c_2 ist der **Bettungsparameter c_1** und der **Koeffizient s** , wobei auch hier für s in x- und y-Richtung unterschieden wird:

$$c_{2,x} = c_1 \cdot s_x^2 \quad (6-4a)$$

$$c_{2,y} = c_1 \cdot s_y^2 \quad (6-4b)$$

Im Allgemeinen kann $s_x = s_y = s$ angenommen werden.

Nach einer empirischen Gleichung kann s mit:

$$s = s_0 / (4,0 \text{ bis } 5,0) \quad \text{bzw. als Mittelwert mit } s = s_0 / 4,5 \quad (6-5)$$

abgeschätzt werden.

Der Parameter s_0 steht für den Begriff der „Reichweite der Setzungsmulde“ und wird baupraktisch als derjenige Abstand vom Plattenrand definiert, bei dem die Setzungen unter 1% der Fundamentrandwerte absinken [3.1].

Strebt s_0 gegen 0, erhält man für c_2 = null. Die Gl. 6-3 geht in die Gl. 6-2 über und damit das Pasternakische Modell in das Winklerische Modell. Geht die Reichweite der Setzungsmulde hingegen gegen unendlich, wird auch c_2 unendlich. Die Setzungsänderungen und auch die Setzungen selbst gehen dann gegen null [3.1].

Die Schwierigkeit dieses Modells liegt letztlich in der richtigen Festlegung von c_2 und damit verbunden der Bestimmung von s_0 .

In [3.1] werden ersatzweise Anhaltswerte für die Wahl von c_2 angegeben. Für die meisten praktischen Fälle gilt demnach:

$$0,1 \cdot c_1 < c_2 < 1,0 \cdot c_1 \quad (6-6)$$

Für lockeren Sand geht z. B. c_2 gegen null. Für feste Gesteinsarten kann c_2 den Wert $1,0 \cdot c_1$ annehmen. Für eine mittlere Schubtragwirkung ist $c_2 = 0,5 \cdot c_1$ sinnvoll.

Der letzte Schritt des Verfahrens des „Effektiven Baugrundes“ besteht im Ersetzen des umliegenden Baugrundes durch elastische Federn.

Als „erste Näherung“ nach [3.1] berechnet sich die Linienfeder entlang der Außenränder k zu:

$$k = \sqrt{c_1 \cdot c_{2,\text{senkrecht}}} \quad (6-7)$$

Für den richtungsabhängigen Parameter c_2 , ist der senkrecht zur Randlinie wirkende Wert in Gl. 6-7 einzusetzen.

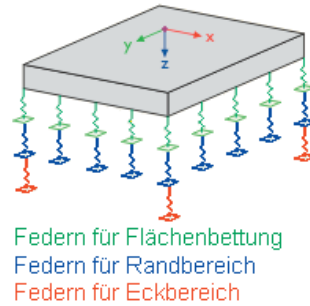


Bild 6-3:
Schema des Effektiven Baugrundmodells

Die Einzelfedern in den äußeren Ecken K errechnen sich zu:

$$K = \frac{c_{2,x} + c_{2,y}}{4} \quad (6-8)$$

Die Gl. 6-8 gilt für eine Ecke von $\alpha = 90^\circ$. Bei abweichenden Winkeln sei auf [6.8] verwiesen. Größere Winkel von α ergeben kleinere Werte von K, für $\alpha = 0$ ist allerdings auch $K = 0$ [3.1].

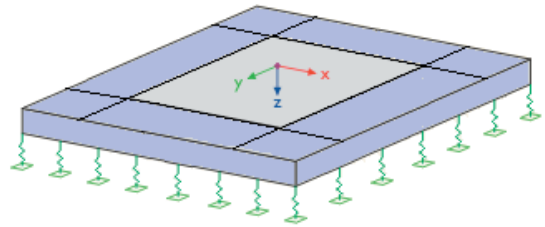
Durch die Berücksichtigung der Schubtragwirkung des Bodens und der umliegenden Bodenbereiche sind im Vergleich zum klassischen Bettungsmodulverfahren wesentlich bessere Ergebnisse zu erwarten. Das Verfahren ist einfach und numerisch unproblematisch. Da keine großen Systeme entstehen und auch keine Iterationen notwendig sind, stellt es eine sinnvolle Alternative und Ergänzung zum energetisch defekten Bettungsmodulverfahren dar. Nachteilig wirkt hier allerdings die notwendige Ermittlung bzw. Abschätzung der Bettungswerte c_1 und c_2 .

Ein weiterer Nachteil bei dieser Variante des zweiparametrischen Modells ist, dass Interaktionen zwischen sich beeinflussenden Bauwerken nicht erfasst werden können. Deshalb ist die im Folgenden beschriebene Variante 2 dieses Bodenmodells vorteilhafter.

2.2.2 Modellierung des angrenzenden Bodenbereiches durch einen Bettungskragen (Variante 2 des zweiparametrischen Modells)

Dieses Modell geht auf weiterführende Arbeiten von Pasternak und Barwaschow [6.2] zurück. Die Parameter c_1 und c_2 nach Gl. 6-3 werden hier aus dem E-Modul und der Querdehnzahl ermittelt.

Nachfolgend werden zwei Modelle vorgestellt, die sich hinsichtlich unterschiedlicher Überlegungen bei der Ermittlung der c-Parameter unterscheiden.



Federn für Flächen- und Kragenbereich

Bild 6-4:
Bodenmodell mit Bettungskragen

Pasternak [in 6.2 Gl.13] schlägt folgende Gleichungen vor:

$$\begin{aligned} c_1 &= E_0 / (H \cdot (1 - 2\mu^2)) \\ c_2 &= E_0 \cdot H / (6 \cdot (1 + \mu)) \end{aligned} \quad (6-9)$$

mit E_0 = Elastizitätsmodul,
 H = Bettungsdicke und
 μ = Querdehnzahl

Barwaschow [in 6.2 Gl.12] empfiehlt für die c-Parameter Folgendes:

$$\begin{aligned} c_1 &= E_0 / (H \cdot (1 - \mu^2)) \\ c_2 &= E_0 \cdot H / (20 \cdot (1 - \mu^2)) \end{aligned} \quad (6-10)$$

mit E_0 = Elastizitätsmodul,
 H = Bettungsdicke und
 μ = Querdehnzahl

Berechnungen haben gezeigt, dass sich bei beiden Varianten tendenziell ähnliche Ergebnisse ergeben.

Bei Verwendung der Modelle nach Gl. 6-9 oder 6-10 in modernen FEM-Programmen ist es sinnvoll, den normalen Plattengrundriss um einen so genannten „Bettungskragenbereich“ bis hin zum erwarteten Abklingen der Setzungsmulde zu erweitern. Für die Platte selbst und den Kragenbereich wird dann die Bettung mit den Parametern c_1 und c_2 gesetzt. Das Schema in Bild 6-4 soll das verdeutlichen.

Entweder das Eingabeprogramm beinhaltet diese Möglichkeit direkt oder der Anwender generiert einen zusätzlichen fiktiven Plattenbereich, der allerdings durch eine sehr geringe Plattendicke keine maßgebende zusätzliche Steifigkeit erzeugen darf und setzt dort die Bettung auf gewohnte Weise.

Die Schubsteifigkeit wäre damit berücksichtigt und auch der umliegende Baugrund in die FE-Berechnung integriert. Selbst wenn sich die Setzungsmulden mehrerer Bauwerke beeinflussen, kann diese Interaktion abgebildet werden.

Da die Programme im Allgemeinen die Verschiebungen in den zusätzlichen fiktiven Bereichen ausgeben, kann mit diesem Modell kontrolliert werden, ob der Kragenbereich für die zu erwartende Setzungsmulde auch in ausreichender Größe definiert wurde.

Dieses Verfahren ist im Vergleich zu dem unter 2.2.1 beschriebenen Verfahren ebenso einfach und unproblematisch. Da sich die Systemgröße nur geringfügig erhöht und keine Iterationen notwendig sind, wird sich auch die Rechenzeit nur gering erhöhen. Der Parameter c_2 muss hier nicht abgeschätzt werden, sondern kann über den E-Modul und der Querdehnzahl berechnet werden. Das stellt einen wesentlichen Vorteil dar.

In der Bodenmechanik wird sowohl der E-Modul als auch der Steifemodul E_s verwendet. Nach Hettler [6.10 Gl.159] besteht zwischen beiden die folgende Beziehung:

$$E_s = \frac{E_0 \cdot (1 - \mu)}{(1 + \mu) \cdot (1 - 2\mu)} \quad (6-11)$$

Zusammenfassung zweiparametrische Bodenmodelle	
Vorteile	Nachteile
Bei richtigem Einsatz realitätsnahe Ergebnisse	Zusätzliche Überlegungen und Eingaben sind notwendig
Berücksichtigung angrenzender Bodenbereiche	Nicht in allen Softwaresystemen verfügbar
Schubtragfähigkeit des Bodens wird berücksichtigt	Interaktion zwischen Bauwerken: Für Variante 1 nicht erfassbar
Keine iterative Berechnung	In seltenen Fällen können bei Variante 2 numerische Probleme auftreten
Kurze Rechenzeit	Bodenschichtungen nur näherungsweise erfassbar
Interaktion zwischen Bauwerken: Für Variante 2 erfassbar	

2.3 Steifemodulverfahren

Joseph Boussinesq [6.9] hat bereits 1885 erste Spannungs- und Formänderungsgleichungen für den elastischen Halbraum angegeben.

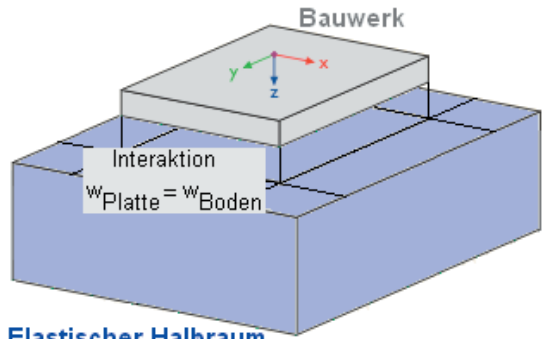
Bei der Anwendung des Steifemodulverfahrens im Rahmen der FEM wird auf Grundlage der Boussinesq-Lösung eine auf die Kontaktfläche zwischen Bauwerk und Boden bezogene Steifigkeitsmatrix der Bodenoberfläche aufgebaut. Die über die FE-Lösung vorhandenen diskreten Knotenpunkte treten in dieser Kontaktfläche als Referenzpunkte auf. Das FE-Programm

ermittelt die auf die Auflagersenkungen bezogene Systemsteifigkeit in diesen Referenzpunkten. Auf iterativem Weg werden nun die Auflagersenkungen des Plattenmodells mit denen der Oberflächensetzungen des Bodens in Übereinstimmung gebracht. Es gilt damit $w_{\text{Platte}} - w_{\text{Boden}} = 0$. Diese Interaktion ist schematisch in Bild 6-5 dargestellt. Der Boden wird durch diese Vorgehensweise als gleichberechtigtes Tragsystem in das statische Modell integriert. Die Steifigkeit des statischen Systems und des als elastischen Halbraum modellierten Bodens stellen damit eine Einheit dar. Ergänzende Gleichungen zu dieser verbalen Beschreibung sind z.B. in [3.8] zu finden.

Das Verfahren ist ohne Probleme auf geschichtete Böden erweiterbar, indem man die Gesamtsetzung eines Punktes auf der Oberfläche des Halbraumes aus den Setzungen der einzelnen Schichten berechnet.

Dem Anwender steht mit dem Steifemodulverfahren eine sehr leistungsfähige Methode zur Verfügung. Nach Hartmann / Katz [3.8] stellt das Steifemodulverfahren die „technisch sauberste Lösung“ dar.

Das Manko einer höheren Rechenzeit, bedingt durch die größere Systemmatrix und die iterative Lösung, kann dafür in Kauf genommen werden. Ein größerer Nachteil des Verfahrens besteht allerdings darin, dass das Superpositionsgesetz nicht mehr gültig ist und somit ein Mehraufwand bei der Bearbeitung entsteht. Ein weiterer Nachteil ist die unter bestimmten Bedingungen auftretende schlechte Konvergenz.



Elastischer Halbraum

Bild 6-5:

Schema des Steifemodulverfahrens

Zusammenfassung Steifemodulverfahren	
Vorteile	Nachteile
Bis auf wenige Ausnahmefälle realitätsnahe Ergebnisse Wirklichkeitsnahe Bodenmodellierung Berücksichtigung angrenzender Bodenbereiche Bei guter softwaremäßiger Unterstützung geringer Zusatzaufwand Bodenschichtungen und Interaktion zwischen Bauwerken erfassbar	Nicht in allen Softwaresystemen verfügbar Iterative Berechnung notwendig und Superpositionsgesetz gilt nicht mehr (nichtlineare Berechnung) Durch Iterationen erhöhte Rechenzeit Mitunter keine Konvergenz

2.4 3D-Halbraumverfahren

Bei diesem Verfahren wird der elastische Halbraum des Bodens direkt durch eine geometrische Abbildung der Bodenschichten als 3D-System mit Volumenelementen modelliert. Baugrund und Bauwerk werden vollständig mit finiten Elementen vernetzt. Damit ist die Verbindung zwischen Baugrund und Bauwerk automatisch durch die Steifigkeitsbeziehung auf beste Weise hergestellt.

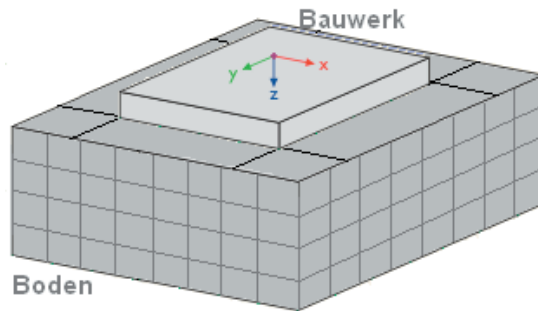


Bild 6-6: Schema des 3D-Halbraumverfahrens

In den meisten Programmen wird der Gründungsbereich über den Abklingbereich bis hin in den Übergangsbereich in den unendlichen Halbraum mit Halbkugel- oder Zylindergeometrien modelliert. Bild 6-6 zeigt schematisch den Verbund zwischen Bauwerk und Boden. An den Außenrändern der Bodenmodellierung werden in der Regel automatisch Lagerungen generiert. Da die Setzungen bis in diesen Bereich abgeklungen sein sollten, stellt das keine Beeinträchtigung oder Störung dar.

Die Eingabe der Geometrie-, Last- und Materialdaten unterscheidet sich zu der üblichen Vorgehensweise bei FE-Berechnungen nur unwesentlich. Da es sich aber um ein größeres 3D-System handelt, leidet die Übersichtlichkeit und es erhöht sich der Eingabe- und Auswertungsaufwand. Die Anforderungen an Hard- und Software steigen stark an.

Hier ist ein übersichtliches, anwenderfreundliches und vor allem effektiv arbeitendes Programm gefragt. Auch der Speicherplatzbedarf und die Rechenzeit können auf Grund der Systemgröße schnell die Ressourcen der zur Verfügung stehenden Rechentechnik sprengen.

Das 3D-Halbraumverfahren bildet die komplexe Modellierung des Boden-Bauwerk-Systems am direktesten ab. Einschränkungen hinsichtlich der Berücksichtigung von speziellen Modellierungswünschen gibt es bei diesem Verfahren prinzipiell nicht.

Zusammenfassung 3D-Halbraumverfahren	
Vorteile	Nachteile
Sehr realitätsnahe Bodenmodellierung Berücksichtigung angrenzender Bodenbereiche Bodenschichtungen und Interaktion zwischen Bauwerken sehr gut erfassbar Keine iterative Berechnung	Hoher Generierungsaufwand und erhöhter Aufwand bei Ergebnisauswertung Das Softwaresystem muss über 3D-Volumenelemente verfügen Durch 3D-Modellierung des Bodens mitunter sehr große Systemmatrizen und damit hoher Speicherplatzbedarf und lange Rechenzeiten (erhöhte Systemvoraussetzungen für Rechner)

Eine zusammenfassende Betrachtung dieser Thematik kann man auch in [6.3] und [6.4] nachlesen.